

## 8.1

- a) Maksueriä on yhteensä  $5 \cdot 2 = 10$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{3,6 \%}{2} = 101,8 \% = 1,018$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 40\,000 \cdot 1,018^{10} \cdot \frac{1 - 1,018}{1 - 1,018^{10}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 4406,59 \text{ (€)} \quad K = 40\,000, q = 1,018$$

ja  $n = 10$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on 4406,59 €.

- b) Lasketaan jäljellä oleva lainapääoma 3 vuoden kuluttua lainan lyhentämisen jälkeen. Lainaa on tällöin lyhennetty 6 kertaa.

$$V_6 = 40\,000 \cdot 1,018^6 - 4406,59 \cdot \frac{1 - 1,018^6}{1 - 1,018} \quad V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q},$$
$$\approx 16\,860,87 \text{ (€)} \quad \text{missä}$$

$K = 40\,000,$   
 $q = 1,018,$   
 $k = 6$  ja  $A = 4406,59$ .

Lainaa on jäljellä 2 vuoden kuluttua 16 860,87 €.

- c) Lainasta maksetaan kaikkiaan 10 kappaletta 4406,59 euron maksueriä. Lainan lyhennykset ja korot ovat yhteensä  $10 \cdot 4406,59 \text{ €} = 44\,065,90 \text{ €}$ .

Tästä summasta korkoa on  $44\,065,90 \text{ €} - 40\,000 \text{ €} = 4065,90 \text{ €}$ .

### Vastaus

- a) 4406,59 €    b) 16 860,87 €    c) 4065,90 €

## 8.2

- a) Lasketaan lainan takaisinmaksuerän suuruus tai kopioidaan sen arvo tehtävästä 8.1.

Maksueriä on yhteensä  $5 \cdot 2 = 10$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{3,6 \%}{2} = 101,8 \% = 1,018$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 40\,000 \cdot 1,018^{10} \cdot \frac{1 - 1,018}{1 - 1,018^{10}}$$

$$\approx 4406,59 \text{ (€)}$$

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$K = 40\,000, q = 1,018$$

$$\text{ja } n = 10.$$

Takaisinmaksuerän suuruus on 4406,59 €.

Laaditaan lainan maksusuunnitelma taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B	C	D	E
1	Erä	pääoma ennen lyh (€)	korko (€)	maksuerä (€)	lyhennys (€)
2	1	40000,00	720,00	4406,59	3686,59
3	2	36313,41	653,64	4406,59	3752,95
4	3	32560,46	586,09	4406,59	3820,50
5	4	28739,96	517,32	4406,59	3889,27
6	5	24850,69	447,31	4406,59	3959,28
7	6	20891,41	376,05	4406,59	4030,54
8	7	16860,87	303,50	4406,59	4103,09
9	8	12757,77	229,64	4406,59	4176,95
10	9	8580,82	154,45	4406,59	4252,14
11	10	4328,69	77,92	4406,60	4328,69
12		<b>Yhteensä</b>	<b>4065,91</b>	<b>44065,91</b>	<b>40000,00</b>

Ohjeet maksusuunnitelman laatimiseen:

Kirjoitetaan sarakkeeseen A takaisinmaksuerien numerot 1, ..., 10 ja soluun D2 takaisinmaksuerä 4406,59 €. Kirjoitetaan soluun B2 alkuperäinen lainapääoma 40 000 €.

Lasketaan soluun C2 takaisinmaksuerän yhteydessä maksettava korko ( $=0,018*B2$ ) ja soluun E2 lainan lyhennyksen suuruus ( $=D2-C2$ ).

Lasketaan soluun B3 jäljellä oleva lainapääoma edellisen lyhennyksen jälkeen ( $=B2-E2$ ).

Kopioidaan solun B3 kaavaa riville 11 asti ja muita kaavoja riville 10 asti

Merkitään soluun E11 viimeisen maksuerän lyhennys solusta B11 ja lasketaan soluun C11 viimeisen takaisinmaksuerän sisältämä korko ( $=0,018*B11$ ) ja soluun D11 viimeinen takaisinmaksuerä ( $=E11+C11$ ).

Lasketaan lopuksi solujen C2-C11 summa soluun C12 ja kopioidaan kaava soluihin D12 ja E12.

- b)** Kahden vuoden kuluttua lainaa on lyhennetty 4 kertaa.  
Maksusuunnitelman mukaan lainaa on tällöin jäljellä 24 850,69 €.

**Vastaus**

- b)** 24 850,69 €

## 8.3

- a) Maksueriä on yhteensä  $14 \cdot 12 = 168$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{1,8 \%}{12} = 100,15 \% = 1,0015$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 90\,000 \cdot 1,0015^{168} \cdot \frac{1 - 1,0015}{1 - 1,0015^{168}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 606,45 \text{ (€)} \quad K = 90\,000, q = 1,0015$$

ja  $n = 168$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on 606,45 €.

- b) Lasketaan jäljellä oleva lainapääoma 36 kuukauden kuluttua lainan lyhentämisen jälkeen.

$$V_{36} = 90\,000 \cdot 1,0015^{36} - 606,45 \cdot \frac{1 - 1,0015^{36}}{1 - 1,0015} \quad V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}$$
$$\approx 72\,574,61 \text{ (€)}$$

, missä  
 $K = 90\,000$ ,  
 $q = 1,0015$ ,  
 $k = 36$  ja  
 $A = 606,45$ .

Lainaa on jäljellä 36 kuukauden jälkeen 72 574,61 €.

c) Lainan vuosikorko on koron nousun jälkeen  $1,8 \% + 1,5 \% = 3,3 \%$ .

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{3,3 \%}{12} = 100,275 \% = 1,00275$$

Lainan maksueriä on jäljellä  $168 - 36 = 132$  kappaletta.

Lainapääoma on koron nousuhetkellä  $72\,574,61 \text{ €}$  (b-kohta).

Lasketaan uuden takaisinmaksuerän suuruus.

$$A = 72\,574,61 \cdot 1,00275^{132} \cdot \frac{1 - 1,00275}{1 - 1,00275^{132}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n},$$

$\approx 656,37 \text{ (€)}$

missä

$$K = 72\,574,61,$$

$$q = 1,00275$$

$$\text{ja } n = 132.$$

Uuden takaisinmaksuerän suuruus on  $656,37 \text{ €}$ .

### Vastaus

a)  $606,45 \text{ €}$ .

b)  $72\,574,61 \text{ €}$

c)  $656,37 \text{ €}$

## 8.4

Tehtävän 8.3 a-kohdan mukaan takaisinmaksuerän suuruus on alussa 606,45 €.

Tehtävän 8.3 b-kohdan mukaan lainaa on jäljellä 36 kuukauden kuluttua juuri lyhennyksen jälkeen 72 574,61 €.

Tehtävän 8.3 c-kohdan mukaan koronnnostyon jälkeen uusi korkokerroin on 1,00275.

Ratkaistaan tarvittavien maksuerien lukumäärä  $n$ , kun takaisinmaksuerä pysyy 606,45 euronä.

$$606,45 = 72\,574,61 \cdot 1,00275^n \frac{1 - 1,00275}{1 - 1,00275^n} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$n \approx 145,3$$

$$A = 606,45,$$

$$K = 72\,574,61 \text{ ja}$$

$$q = 1,00275.$$

Ratkaistaan yhtälö CAS-laskimella.

Lyhennyseriä olisi alun perin jäljellä  $168 - 36 = 132$ .

Jos takaisinmaksuerä pidetään ennallaan, koron nousun jälkeen maksueriä on jäljellä 145,3 kappaletta. Ennen koron nousua maksueriä oli jäljellä 132, joten maksuerien määrä lisääntyy

$$145,3 - 132 = 13,3 \text{ kappaletta.}$$

Lainan maksuaikaa on pidennettävä  $13,3 \text{ kk} \approx 13 \text{ kk}$ .

### Vastaus

pidennettävä 13 kk

## 8.5

Tehtävä on ratkaistu sivuston op.fi lainalaskurin avulla.

a)

Paljonko tarvitset lainaa?

130 000 €

Laina-aika

10 v

Korkoprosentti

3,00 %

Kokeile miten merkittävästi korkeampi korko vaikuttaa lainasi kuukausierään.

Aloita alusta

Asuntolaina

Kuukausierä 1255 €/kk

VARAIDU RISKEIHIN LUOTON TAKAISINMAKSUTURVALLA

OP-bonuksia voi kertyä ensimmäisenä vuonna +313 €

Lyhennystapa: Tasaerä

Todellinen vuosikorko: 3,2 %

Arvioitu kokonaiskustannus: 151 455 €

Hae lainaa

Takaisinmaksuerä on 1255 €.

Maksueriä on  $10 \cdot 12 = 120$ .

Korkoa maksetaan kaikkiaan  $120 \cdot 1255 \text{ €} - 130\,000 \text{ €} = 20\,600 \text{ €}$ .

b)

Paljonko tarvitset lainaa?

130 000 €

Laina-aika

20 v

Korkoprosentti

3,00 %

Kokeile miten merkittävästi korkeampi korko vaikuttaa lainasi kuukausierään.

Aloita alusta

Asuntolaina

Kuukausierä 721 €/kk

VARAIDU RISKEIHIN LUOTON TAKAISINMAKSUTURVALLA

OP-bonuksia voi kertyä ensimmäisenä vuonna +320 €

Lyhennystapa: Tasaerä

Todellinen vuosikorko: 3,1 %

Arvioitu kokonaiskustannus: 174 154 €

Hae lainaa

Takaisinmaksuerä on 721 €.

Maksueriä on  $20 \cdot 12 = 240$ .

Korkoa maksetaan kaikkiaan  $240 \cdot 721 \text{ €} - 130\,000 \text{ €} = 43\,040 \text{ €}$ .

c)

Paljonko tarvitset lainaa?

130 000 €

Laina-aika

10 v

Korkoprosentti

6,00 %

Kokeile miten merkittävästi korkeampi korko vaikuttaa lainasi kuukausierään.

Aloita alusta

Asuntolaina

Kuukausierä 1443 €/kk

VARAUDU RISKEIHIN LUOTON TAKAISINMAKSUTURVALLA

OP-bonuksia voi kertyä ensimmäisenä vuonna +314 €

Lyhennystapa: Tasaerä

Todellinen vuosikorko: 6,3 %

Arvioitu kokonaiskustannus: 174 012 €

Hae lainaa

Takaisinmaksuerä on 1443 €.

Maksueriä on  $10 \cdot 12 = 120$ .

Korkoa maksetaan kaikkiaan  $120 \cdot 1443 \text{ €} - 130\,000 \text{ €} = 43\,160 \text{ €}$ .

## Vastaus

a) takaisinmaksuerä 1255 €, korkoa maksetaan 20 600 €

c) takaisinmaksuerä 721 €, korkoa maksetaan 43 040 €

c) takaisinmaksuerä 1443 €, korkoa maksetaan 43 160 €



## 8.6

a) Maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 1 = 15$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{6,00 \%}{1} = 106,00 \% = 1,0600$$

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 100\,000 \cdot 1,0600^{15} \cdot \frac{1 - 1,0600}{1 - 1,0600^{15}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 10\,296,28 \text{ (€)} \quad K = 100\,000, q = 1,0600$$

ja  $n = 15$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on 10 296,28 €.

b) Maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 2 = 30$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{6,00 \%}{2} = 103,00 \% = 1,0300$$

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 100\,000 \cdot 1,0300^{30} \cdot \frac{1 - 1,0300}{1 - 1,0300^{30}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 5101,93 \text{ (€)} \quad K = 100\,000, q = 1,0300$$

ja  $n = 30$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on 5101,93 €.

c) Maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 12 = 180$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{6,00 \%}{12} = 100,50 \% = 1,0050$$

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 100\,000 \cdot 1,0050^{180} \cdot \frac{1 - 1,0050}{1 - 1,0050^{180}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$\approx 843,86 \text{ (€)}$$

$$K = 100\,000, q = 1,0050 \\ \text{ja } n = 180.$$

Takaisinmaksuerän suuruus on 843,86 €.

### Vastaus

a) 10 296,28 €

b) 5101,93 €.

c) 843,86 €

## 8.7

a) Maksueriä on yhteensä  $30 \cdot 12 = 360$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{5,1 \%}{12} = 100,425 \% = 1,00425$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 250\,000 \cdot 1,00425^{360} \cdot \frac{1 - 1,00425}{1 - 1,00425^{360}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$\approx 1357,37 \text{ (€)}$$

$$K = 250\,000, q = 1,00425$$

$$\text{ja } n = 360.$$

Tasaerän suuruus on 1357,37 €.

b) Lasketaan jäljellä oleva lainapääoma 10 vuoden kuluttua lainan lyhentämisen jälkeen. Lainaa on tällöin lyhennetty  $10 \cdot 12 = 120$  kertaa.

$$V_{120} = 250\,000 \cdot 1,00425^{120} - 1357,37 \cdot \frac{1 - 1,00425^{120}}{1 - 1,00425} \quad V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

$$\approx 203\,966,11 \text{ (€)}$$

$$\text{, missä } K = 250\,000, \\ q = 1,00425, \\ k = 120 \text{ ja} \\ A = 1357,37.$$

Lainaa on jäljellä 10 vuoden kuluttua 203 966,11 €.

### Vastaus

a) 1357,37 €    b) 203 966,11 €

## 8.8

a) Maksueriä on yhteensä 12 kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{10,5 \%}{12} = 100,875 \% = 1,00875$$

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 4500 \cdot 1,00875^{12} \cdot \frac{1 - 1,00875}{1 - 1,00875^{12}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 396,67 \text{ (€)} \quad K = 4500, q = 1,00875$$

ja  $n = 12$ .

Tasaerän suuruus on 396,67 €.

b) Lasketaan osamaksusopimuksen kokonaiskustannukset.

$$12 \cdot 396,67 \text{ €} + 12 \cdot 9,00 \text{ €} + 40,00 \text{ €} = 4908,04 \text{ €}$$

Moottorisängyn lopullinen hinta oli 4908,04 €.

### Vastaus

a) 396,67 €

b) 4908,04 €

## 8.9

Maksueriä on yhteensä 24 kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{12 \%}{12} = 101 \% = 1,01$$

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan alkuperäinen lainapääoma  $K$ .

$$2354 = K \cdot 1,01^{24} \cdot \frac{1 - 1,01}{1 - 1,01^{24}} \quad \begin{array}{l} \text{Ratkaistaan} \\ \text{CAS-laskimella.} \end{array}$$

$$K \approx 50\,006,93 \text{ (mk)}$$

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n},$$

missä

$$A = 2354, q = 1,01$$

ja  $n = 24$ .

Alkuperäinen lainapääoma oli  $K \approx 50\,006,93 \text{ mk} \approx 50\,000 \text{ mk}$ .

Henkilö otti siis 50 000 markan lainan.

**Vastaus**

50 000 mk

## 8.10

- a) Lasketaan tasaerän suuruus tilanteessa, jossa lainan korkokanta on 6,0 %.

Maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 12 = 180$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{6,0 \%}{12} = 100,25 \% = 1,005$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 100\,000 \cdot 1,005^{180} \cdot \frac{1 - 1,005}{1 - 1,005^{180}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 843,86 \text{ (€)} \quad K = 250\,000, q = 1,00425$$

ja  $n = 360$ .

Annikalla on oltava käytössään vähintään 843,86 € kuukausittain lainan takaisinmaksuun.

- b) Lasketaan tasaerän suuruus tilanteessa, jossa lainan korkokanta on 1,2 % ja maksueriä on 180 kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{1,2 \%}{12} = 100,1 \% = 1,001$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 100\,000 \cdot 1,001^{180} \cdot \frac{1 - 1,001}{1 - 1,001^{180}}$$

$$\approx 607,33 \text{ (€)}$$

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$K = 100\,000, q = 1,001$$

$$\text{ja } n = 180.$$

Laaditaan taulukkolaskentaohjelmalla lainanhoitolaskelma ensimmäisten 12 kk osalta.

	A	B	C	D	E
1	<b>Päivämäärä</b>	<b>Jäljellä oleva laina (€)</b>	<b>Korko (€)</b>	<b>Lyhennys (€)</b>	<b>Annuiteetti (€)</b>
2	<b>22.10.2020</b>	100000,00	100,00	507,33	607,33
3	<b>22.11.2020</b>	99492,67	99,49	507,84	607,33
4	<b>22.12.2020</b>	98984,83	98,98	508,35	607,33
5	<b>22.1.2021</b>	98476,49	98,48	508,85	607,33
6	<b>22.2.2021</b>	97967,63	97,97	509,36	607,33
7	<b>22.3.2021</b>	97458,27	97,46	509,87	607,33
8	<b>22.4.2021</b>	96948,40	96,95	510,38	607,33
9	<b>22.5.2021</b>	96438,02	96,44	510,89	607,33
10	<b>22.6.2021</b>	95927,13	95,93	511,40	607,33
11	<b>22.7.2021</b>	95415,72	95,42	511,91	607,33
12	<b>22.8.2021</b>	94903,81	94,90	512,43	607,33
13	<b>22.9.2021</b>	94391,38	94,39	512,94	607,33
14					
15		<b>Yhteensä</b>	<b>1166,40</b>	<b>6121,56</b>	<b>7287,96</b>

Solussa B2 on alkuperäinen lainapääoma 100 000.

Solussa E2 on annuiteetti 607,33.

Solussa C2 on kaava =0,001\*B2 (kk-korko:  $\frac{1,2\%}{12} = 0,1\% = 0,001$ ).

Solussa D2 on kaava =E2-C2.

Solussa B3 on kaava =B2-D2.

Kaavoja on kopioitu riville 13 asti ja lisätty sarakkeiden summat.

**Vastaus**

**a)** 843,86 €

## 8.11

- a) Maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 12 = 180$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{2,95 \%}{12} \approx 100,2458333 \% = 1,002458333$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 180\,000 \cdot 1,002458333^{180} \cdot \frac{1 - 1,002458333}{1 - 1,002458333^{180}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

$\approx 1238,72$  (€)

, missä  
 $K = 180\,000$ ,  
 $q = 1,002458333$   
ja  $n = 180$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on  $1238,72$  €.

- b) Lasketaan jäljellä oleva lainapääoma 5 vuoden kuluttua lainan lyhentämisen jälkeen. Lainaa on tällöin lyhennetty  $5 \cdot 12 = 60$  kertaa.

$$V_{60} = 180\,000 \cdot 1,002458333^{60} - 1238,72 \cdot \frac{1 - 1,002458333^{60}}{1 - 1,002458333}$$

$\approx 128\,591,65$  (€)

$$V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}, \text{ missä}$$

$K = 180\,000$ ,  
 $q = 1,002458333$ ,  
 $k = 60$  ja  $A = 1238,72$ .

Lainaa on jäljellä 2 vuoden kuluttua  $128\,591,65$  €.



- c) Lainasta maksetaan kaikkiaan 180 kappaletta 1238,72 euron maksueriä. Lainan lyhennykset ja korot ovat yhteensä

$$180 \cdot 1238,72 \text{ €} = 222\,969,60 \text{ €}.$$

Tästä summasta korkoa on  $222\,969,69 \text{ €} - 180\,000 \text{ €} = 42\,969,60 \text{ €}$ .

**Vastaus**

**a)** 1238,72 €    **b)** 128 591,65 €    **c)** 42 969,60 €

## 8.12

a) Maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 12 = 180$  kappaletta.

Maksukauden korko on

$$\frac{2,95 \%}{12} \approx 0,2458333 \% = 0,002458333$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

Annuiteetti on 1238,72 €.

Laaditaan lainan maksusuunnitelma taulukkolaskentaohjelmalla.

### **Huomaa:**

Taulukkolaskentaohjelmassa korkokertoimenä voi käyttää myös tarkkaa arvoa  $\frac{2,95 \%}{12} = \frac{0,0295}{12}$ . Lopputulos voi hieman poiketa nyt esitetystä ratkaisusta, jos laskuissa käyttää pyöristettyä arvoa. Alla olevassa laskelmassa arvona on käytetty likiarvoa 0,002458333.

	A	B	C	D	E
1	Erä	pääoma ennen lyh (€)	korko (€)	maksuerä (€)	lyhenne (€)
2	1	180000,00	442,50	1238,72	796,22
3	2	179203,78	440,54	1238,72	798,18
4	3	178405,60	438,58	1238,72	800,14
5	4	177605,46	436,61	1238,72	802,11
6	5	176803,36	434,64	1238,72	804,08
7	6	175999,28	432,66	1238,72	806,06
8	7	175193,22	430,68	1238,72	808,04
9	8	174385,19	428,70	1238,72	810,02
10	9	173575,16	426,71	1238,72	812,01
11	10	172763,15	424,71	1238,72	814,01
12	11	171949,14	422,71	1238,72	816,01
13	12	171133,13	420,70	1238,72	818,02
14	13	170315,11	418,69	1238,72	820,03
15	14	169495,08	416,68	1238,72	822,04
16	15	168673,03	414,65	1238,72	824,07
17	16	167848,97	412,63	1238,72	826,09
18	17	167022,88	410,60	1238,72	828,12
19	18	166194,76	408,56	1238,72	830,16
20	19	165364,60	406,52	1238,72	832,20
21	20	164532,40	404,48	1238,72	834,24
22	21	163698,15	402,42	1238,72	836,30
23	22	162861,86	400,37	1238,72	838,35
24	23	162023,51	398,31	1238,72	840,41
25	24	161183,10	396,24	1238,72	842,48
26	25	160340,62	394,17	1238,72	844,55
27	26	159496,07	392,09	1238,72	846,63
28	27	158649,44	390,01	1238,72	848,71
29	28	157800,74	387,93	1238,72	850,79
30	29	156949,94	385,84	1238,72	852,88
31	30	156097,06	383,74	1238,72	854,98
32	31	155242,08	381,64	1238,72	857,08
33	32	154384,99	379,53	1238,72	859,19
34	33	153525,80	377,42	1238,72	861,30
35	34	152664,50	375,30	1238,72	863,42
36	35	151801,08	373,18	1238,72	865,54
37	36	150935,54	371,05	1238,72	867,67
38	37	150067,87	368,92	1238,72	869,80
39	38	149198,06	366,78	1238,72	871,94
40	39	148326,12	364,64	1238,72	874,08
41	40	147452,04	362,49	1238,72	876,23
42	41	146575,80	360,33	1238,72	878,39
43	42	145697,42	358,17	1238,72	880,55
44	43	144816,87	356,01	1238,72	882,71
45	44	143934,16	353,84	1238,72	884,88
46	45	143049,28	351,66	1238,72	887,06
47	46	142162,22	349,48	1238,72	889,24
48	47	141272,98	347,30	1238,72	891,42
49	48	140381,56	345,10	1238,72	893,62
50	49	139487,94	342,91	1238,72	895,81
51	50	138592,13	340,71	1238,72	898,01
52	51	137694,11	338,50	1238,72	900,22
53	52	136793,89	336,28	1238,72	902,44
54	53	135891,46	334,07	1238,72	904,65
55	54	134986,80	331,84	1238,72	906,88
56	55	134079,93	329,61	1238,72	909,11
57	56	133170,82	327,38	1238,72	911,34
58	57	132259,48	325,14	1238,72	913,58
59	58	131345,90	322,89	1238,72	915,83
60	59	130430,07	320,64	1238,72	918,08

62	<b>61</b>	128591,65	316,12	1238,72	922,60
63	<b>62</b>	127669,05	313,85	1238,72	924,87
64	<b>63</b>	126744,19	311,58	1238,72	927,14
65	<b>64</b>	125817,04	309,30	1238,72	929,42
66	<b>65</b>	124887,62	307,02	1238,72	931,70
67	<b>66</b>	123955,92	304,72	1238,72	934,00
68	<b>67</b>	123021,93	302,43	1238,72	936,29
69	<b>68</b>	122085,63	300,13	1238,72	938,59
70	<b>69</b>	121147,04	297,82	1238,72	940,90
71	<b>70</b>	120206,14	295,51	1238,72	943,21
72	<b>71</b>	119262,93	293,19	1238,72	945,53
73	<b>72</b>	118317,40	290,86	1238,72	947,86
74	<b>73</b>	117369,54	288,53	1238,72	950,19
75	<b>74</b>	116419,35	286,20	1238,72	952,52
76	<b>75</b>	115466,83	283,86	1238,72	954,86
77	<b>76</b>	114511,97	281,51	1238,72	957,21
78	<b>77</b>	113554,75	279,16	1238,72	959,56
79	<b>78</b>	112595,19	276,80	1238,72	961,92
80	<b>79</b>	111633,27	274,43	1238,72	964,29
81	<b>80</b>	110668,98	272,06	1238,72	966,66
82	<b>81</b>	109702,32	269,68	1238,72	969,04
83	<b>82</b>	108733,28	267,30	1238,72	971,42
84	<b>83</b>	107761,87	264,91	1238,72	973,81
85	<b>84</b>	106788,06	262,52	1238,72	976,20
86	<b>85</b>	105811,86	260,12	1238,72	978,60
87	<b>86</b>	104833,26	257,72	1238,72	981,00
88	<b>87</b>	103852,26	255,30	1238,72	983,42
89	<b>88</b>	102868,84	252,89	1238,72	985,83
90	<b>89</b>	101883,01	250,46	1238,72	988,26
91	<b>90</b>	100894,75	248,03	1238,72	990,69
92	<b>91</b>	99904,06	245,60	1238,72	993,12
93	<b>92</b>	98910,94	243,16	1238,72	995,56
94	<b>93</b>	97915,38	240,71	1238,72	998,01
95	<b>94</b>	96917,36	238,26	1238,72	1000,46
96	<b>95</b>	95916,90	235,80	1238,72	1002,92
97	<b>96</b>	94913,98	233,33	1238,72	1005,39
98	<b>97</b>	93908,59	230,86	1238,72	1007,86
99	<b>98</b>	92900,72	228,38	1238,72	1010,34
100	<b>99</b>	91890,39	225,90	1238,72	1012,82
101	<b>100</b>	90877,56	223,41	1238,72	1015,31
102	<b>101</b>	89862,25	220,91	1238,72	1017,81
103	<b>102</b>	88844,44	218,41	1238,72	1020,31
104	<b>103</b>	87824,13	215,90	1238,72	1022,82
105	<b>104</b>	86801,31	213,39	1238,72	1025,33
106	<b>105</b>	85775,98	210,87	1238,72	1027,85
107	<b>106</b>	84748,12	208,34	1238,72	1030,38
108	<b>107</b>	83717,74	205,81	1238,72	1032,91
109	<b>108</b>	82684,83	203,27	1238,72	1035,45
110	<b>109</b>	81649,38	200,72	1238,72	1038,00
111	<b>110</b>	80611,38	198,17	1238,72	1040,55
112	<b>111</b>	79570,83	195,61	1238,72	1043,11
113	<b>112</b>	78527,72	193,05	1238,72	1045,67
114	<b>113</b>	77482,05	190,48	1238,72	1048,24
115	<b>114</b>	76433,80	187,90	1238,72	1050,82
116	<b>115</b>	75382,98	185,32	1238,72	1053,40
117	<b>116</b>	74329,58	182,73	1238,72	1055,99
118	<b>117</b>	73273,59	180,13	1238,72	1058,59
119	<b>118</b>	72215,00	177,53	1238,72	1061,19
120	<b>119</b>	71153,80	174,92	1238,72	1063,80

121	120	70090,00	172,30	1238,72	1066,42
122	121	69023,59	169,68	1238,72	1069,04
123	122	67954,55	167,05	1238,72	1071,67
124	123	66882,89	164,42	1238,72	1074,30
125	124	65808,59	161,78	1238,72	1076,94
126	125	64731,65	159,13	1238,72	1079,59
127	126	63652,06	156,48	1238,72	1082,24
128	127	62569,82	153,82	1238,72	1084,90
129	128	61484,91	151,15	1238,72	1087,57
130	129	60397,34	148,48	1238,72	1090,24
131	130	59307,10	145,80	1238,72	1092,92
132	131	58214,18	143,11	1238,72	1095,61
133	132	57118,57	140,42	1238,72	1098,30
134	133	56020,26	137,72	1238,72	1101,00
135	134	54919,26	135,01	1238,72	1103,71
136	135	53815,55	132,30	1238,72	1106,42
137	136	52709,13	129,58	1238,72	1109,14
138	137	51599,98	126,85	1238,72	1111,87
139	138	50488,11	124,12	1238,72	1114,60
140	139	49373,51	121,38	1238,72	1117,34
141	140	48256,17	118,63	1238,72	1120,09
142	141	47136,08	115,88	1238,72	1122,84
143	142	46013,23	113,12	1238,72	1125,60
144	143	44887,63	110,35	1238,72	1128,37
145	144	43759,26	107,57	1238,72	1131,15
146	145	42628,11	104,79	1238,72	1133,93
147	146	41494,19	102,01	1238,72	1136,71
148	147	40357,47	99,21	1238,72	1139,51
149	148	39217,96	96,41	1238,72	1142,31
150	149	38075,66	93,60	1238,72	1145,12
151	150	36930,54	90,79	1238,72	1147,93
152	151	35782,61	87,97	1238,72	1150,75
153	152	34631,85	85,14	1238,72	1153,58
154	153	33478,27	82,30	1238,72	1156,42
155	154	32321,85	79,46	1238,72	1159,26
156	155	31162,59	76,61	1238,72	1162,11
157	156	30000,47	73,75	1238,72	1164,97
158	157	28835,51	70,89	1238,72	1167,83
159	158	27667,67	68,02	1238,72	1170,70
160	159	26496,97	65,14	1238,72	1173,58
161	160	25323,39	62,25	1238,72	1176,47
162	161	24146,92	59,36	1238,72	1179,36
163	162	22967,56	56,46	1238,72	1182,26
164	163	21785,30	53,56	1238,72	1185,16
165	164	20600,14	50,64	1238,72	1188,08
166	165	19412,06	47,72	1238,72	1191,00
167	166	18221,06	44,79	1238,72	1193,93
168	167	17027,14	41,86	1238,72	1196,86
169	168	15830,27	38,92	1238,72	1199,80
170	169	14630,47	35,97	1238,72	1202,75
171	170	13427,72	33,01	1238,72	1205,71
172	171	12222,01	30,05	1238,72	1208,67
173	172	11013,33	27,07	1238,72	1211,65
174	173	9801,69	24,10	1238,72	1214,62
175	174	8587,06	21,11	1238,72	1217,61
176	175	7369,45	18,12	1238,72	1220,60
177	176	6148,85	15,12	1238,72	1223,60
178	177	4925,25	12,11	1238,72	1226,61
179	178	3698,63	9,09	1238,72	1229,63
180	179	2469,01	6,07	1238,72	1232,65
181	180	1236,36	3,04	1239,39	1236,36
182					
183	Yhteensä	42970,27	222970,27	180000,00	

Ohjeet maksusuunnitelman laatimiseen:

Kirjoitetaan sarakkeeseen A takaisinmaksuerien numerot 1, ..., 180 ja soluun D2 takaisinmaksuerä 1238,72 €. Kirjoitetaan soluun B2 alkuperäinen lainapääoma 180 000 €.

Lasketaan soluun C2 takaisinmaksuerän yhteydessä maksettava korko ( $=0,002458333*B2$ ) ja soluun E2 lainan lyhennyksen suuruus ( $=D2-C2$ ).

Lasketaan soluun B3 jäljellä oleva lainapääoma edellisen lyhennyksen jälkeen ( $=B2-E2$ ).

Kopioidaan solun B3 kaavaa riville 181 asti ja muita kaavoja riville 180 asti

Merkitään soluun E181 viimeisen maksuerän lyhennys solusta B181 ja lasketaan soluun C181 viimeisen takaisinmaksuerän sisältämä korko ( $=0,002458333*B181$ ) ja soluun D181 viimeinen takaisinmaksuerä ( $=E181+C181$ ).

Lasketaan lopuksi solujen C2-C181 summa soluun C183 ja kopioidaan kaava soluihin D183 ja E183.

- b) Kahden vuoden kuluttua lainaa on lyhennetty 24 kertaa.  
Maksusuunnitelman mukaan lainaa on tällöin jäljellä 160 340,62 €.

**Vastaus**

- b) 160340,62 €

## 8.13

**a)** Maksueriä on yhteensä  $12 \cdot 12 = 144$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{2,3 \%}{12} \approx 100,1916667 \% = 1,001916667$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 110\,000 \cdot 1,001916667^{144} \cdot \frac{1 - 1,001916667}{1 - 1,001916667^{144}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

$\approx 874,88$  (€)

, missä  
 $K = 110\,000$ ,  
 $q = 1,001916667$   
ja  $n = 144$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on  $874,88$  €.

**b)** Lasketaan jäljellä oleva lainapääoma 30 kuukauden kuluttua lainan lyhentämisen jälkeen.

$$V_{30} = 110\,000 \cdot 1,001916667^{30} - 874,88 \cdot \frac{1 - 1,001916667^{30}}{1 - 1,001916667}$$

$\approx 89\,514,92$  (€)

$$V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q},$$

missä

$K = 110\,000$ ,

$q = 1,001916667$ ,

$k = 30$  ja  $A = 874,88$ .

Lainaa on jäljellä 30 kuukauden jälkeen  $89\,514,92$  €.

c) Lainan vuosikorko on koron nousun jälkeen  $2,3 \% + 1,2 \% = 3,5 \%$ .

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{3,5 \%}{12} \approx 100,2916667 \% = 1,002916667$$

Lainan maksueriä on jäljellä  $144 - 30 = 114$  kappaletta.

Lainapääoma on koron nousuhetkellä  $89\,514,92 \text{ €}$  (b-kohta).

Lasketaan uuden takaisinmaksuerän suuruus.

$$A = 89\,514,92 \cdot 1,002916667^{114} \cdot \frac{1 - 1,002916667}{1 - 1,002916667^{114}} \\ \approx 924,12 \text{ (€)}$$

$$A = Kq^n \frac{1-q}{1-q^n}, \text{ missä}$$

$$K = 89\,514,92,$$

$$q = 1,002916667$$

$$\text{ja } n = 114.$$

Uuden takaisinmaksuerän suuruus on  $924,12 \text{ €}$ .



- d) Ratkaistaan tarvittavien maksuerien lukumäärä  $n$ , kun takaisinmaksuerä pysyy 874,88 euronä.

$$874,88 = 89\,514,92 \cdot 1,002916667^n \frac{1 - 1,002916667}{1 - 1,002916667^n} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$n \approx 121,7$$

$$A = Kq^n \frac{1-q}{1-q^n}, \text{ missä}$$

$$A = 874,88,$$

$$K = 89\,514,92 \text{ ja}$$

$$q = 1,002916667.$$

Lyhennyseriä on alun perin jäljellä  $144 - 30 = 114$ .

Jos takaisinmaksuerä pidetään ennallaan, koron nousun jälkeen maksueriä on jäljellä 121,7 kappaletta. Ennen koron nousua maksueriä oli jäljellä 114, joten maksuerien määrä lisääntyy

$$121,7 - 114 = 7,7 \text{ kappaletta.}$$

Lainan maksuaikaa on pidennettävä  $7,7 \text{ kk} \approx 8 \text{ kk}$ .

### Vastaus

a) 874,88 €

b) 89 514,92 €

c) 924,12 €

d) 8 kk

## 8.14

Ratkaisu on tehty sivuston op.fi lainalaskurin avulla.

a)

Paljonko tarvitset lainaa?

—

210 000 €

+

Laina-aika

—

16 v

+

i

Korkoprosentti

—

2,85 %

+

i

Kokeile miten merkittävästi korkeampi korko vaikuttaa lainasi kuukausierään.

Aloita alusta

Asuntolaina

Kuukausierä **1363** €/kk

VARAUDE RISKIIN LUOTON TAKAISINMAKSUTURVALLA

OP-bonuksia voi kertyä ensimmäisenä vuonna **+514 €**

i

Lyhennystapa: **Tasaerä**

i

Todellinen vuosikorko: **3,0 %**

i

Arvioitu kokonaiskustannus: **263 071 €**

i

Hae lainaa

Maksuajan on oltava vähintään 16 vuotta, jotta kuukausittainen tasaerä olisi korkeintaan 1400 € (15 v takaisinmaksuajalla tasaerä on 1435 €).

b)

Paljonko tarvitset lainaa?

—

210 000 €

+

Laina-aika

—

24 v

+

i

Korkoprosentti

—

6,00 %

+

i

Kokeile miten merkittävästi korkeampi korko vaikuttaa lainasi kuukausierään.

Aloita alusta

Asuntolaina

Kuukausierä **1378** €/kk

VARAUDE RISKIIN LUOTON TAKAISINMAKSUTURVALLA

OP-bonuksia voi kertyä ensimmäisenä vuonna **+521 €**

i

Lyhennystapa: **Tasaerä**

i

Todellinen vuosikorko: **6,2 %**

i

Arvioitu kokonaiskustannus: **398 296 €**

i

Hae lainaa

Jotta 1400 € riittäisi kuukausittaisen tasaerän maksamiseen 6,0 % korkotasolla, olisi takaisinmaksuajan oltava vähintään 24 vuotta (23 vuoden maksuajalla tasaerä olisi 1405 €).

### Vastaus

a) vähintään 16 vuotta

b) vähintään 24 vuotta

## 8.15

a) Maksueriä on yhteensä  $20 \cdot 12 = 240$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{5,25 \%}{12} \approx 100,4375 \% = 1,004375$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 140\,000 \cdot 1,004375^{240} \cdot \frac{1 - 1,004375}{1 - 1,004375^{240}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n},$$

$\approx 943,38 \text{ (€)}$

missä  
 $K = 140\,000$ ,  
 $q = 1,004375$   
ja  $n = 240$ .

Takaisinmaksuerän suuruus on  $943,38 \text{ €}$ .

b) Lasketaan jäljellä oleva lainapääoma  $\frac{240}{2} = 120$  maksuerän jälkeen.

$$V_{120} = 140\,000 \cdot 1,004375^{120} - 943,38 \cdot \frac{1 - 1,004375^{120}}{1 - 1,004375}$$

$\approx 87\,927,11 \text{ (€)}$

$$V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}, \text{ missä}$$

$K = 140\,000$ ,  
 $q = 1,004375$ ,  
 $k = 120$  ja  $A = 943,38$ .

Kun laina-ajasta on kulunut puolet, lainasta on jäljellä  $87\,927,11 \text{ €}$ .

**Vastaus**     a)  $943,38 \text{ €}$      b)  $87\,927,11 \text{ €}$

## 8.16

- a) Lainan vuosikorko on  $3,90 \% + 1,50 \% = 5,40 \%$ .

Kahden ensimmäisen vuoden aikana Pertti maksaa kuukausittain vain lainan korot.

Lasketaan kuukauden korko.

$$80\,000 \text{ €} \cdot 0,054 \cdot \frac{1}{12} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 80\,000 \text{ €,} \\ i = 5,40 \% = 0,0540 \text{ ja } t = \frac{1}{12} \end{array}$$
$$= 360 \text{ €}$$

Pertti maksaa ensimmäisten kahden vuoden aikana kuukausittain 360 €.

- b) Kolmannesta vuodesta alkaen Pertti maksaa kuukausittain tasaerän.  
Laina-aikaa on jäljellä  $15 - 2 = 13$  vuotta, maksueriä on vielä  
 $13 \cdot 12 = 156$  kappaletta.

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{5,4 \%}{12} = 100,45 \% = 1,0045$$

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 80\,000 \cdot 1,0045^{156} \cdot \frac{1 - 1,0045}{1 - 1,0045^{156}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 714,82 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} K = 80\,000, q = 1,0045 \\ \text{ja } n = 156. \end{array}$$

Tasaerän suuruus on 714,82 €.

### Vastaus

a) 360 €

b) 714,82 €

## 8.17

a) Maksuerien lukumäärä on  $15 \cdot 12 = 180$ .

Kertalyhennys on  $\frac{200\,000\text{ €}}{180} \approx 1111,11\text{ €}$ .

Ensimmäisen maksuerän korko on

$$\begin{aligned} 200\,000\text{ €} \cdot 0,030 \cdot \frac{1}{12} & \quad r = Kit, \text{ missä } K = 200\,000\text{ €,} \\ & \quad i = 3,0\% = 0,030 \text{ ja } t = \frac{1}{12} \\ & = 500\text{ €} \end{aligned}$$

Viimeisen maksuerän korko on

$$\begin{aligned} 1111,11\text{ €} \cdot 0,030 \cdot \frac{1}{12} & \quad r = Kit, \text{ missä } K = 1111,11\text{ €,} \\ & \quad i = 3,0\% = 0,030 \text{ ja } t = \frac{1}{12} \\ & \approx 2,78\text{ €} \end{aligned}$$

Kuukausittaiset korot muodostavat aritmeettisen summan.

$$\begin{aligned} n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} & \quad n = 180, \quad a_1 = 500\text{ €, } a_{180} = 2,78\text{ €} \\ & = 180 \cdot \frac{500\text{ €} + 2,78\text{ €}}{2} \\ & = 45\,250,20\text{ €} \end{aligned}$$

Lainan kokonaiskulut koostuvat pääomasta ja koroista.

$$200\,000\text{ €} + 45\,250,20\text{ €} = 245\,250,20\text{ €} \approx 245\,250\text{ €}$$

**b)** Maksuerien lukumäärä on  $15 \cdot 12 = 180$ .

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{3,0 \%}{12} = 100,25 \% = 1,0025$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 200\,000 \cdot 1,0025^{180} \cdot \frac{1 - 1,0025}{1 - 1,0025^{180}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 1381,16 \text{ (€)} \quad K = 200\,000, q = 1,0025$$

ja  $n = 180$ .

Lainan kokonaiskulut koostuvat 180 tasaerästä.

$$180 \cdot 1381,16 \text{ €} = 248\,608,80 \text{ €} \approx 248\,610 \text{ €}$$

**Vastaus**

**a)** 245 250 €

**b)** 248 610 €

## 8.18

a) Maksueriä on yhteensä  $5 \cdot 12 = 60$  kappaletta.

Lainan korko on alussa  $3,25 \% + 3,05 \% = 6,3 \%$ .

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{6,3 \%}{2} = 100,525 \% = 1,00525$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 20\,000 \cdot 1,00525^{60} \cdot \frac{1 - 1,00525}{1 - 1,00525^{60}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 389,45 \text{ (€)} \quad K = 20\,000, q = 1,00525$$

ja  $n = 60$ .

Tasaerän suuruus on  $389,45 \text{ €}$ .

b) Lainaa lyhennetään 6 erää ennen koronnousua (kesäkuussa ei lyhennystä, lyhennykset heinä-joulukuussa).

Lasketaan jäljellä oleva lainamäärä 6 lyhennyksen jälkeen.

$$V_6 = 20\,000 \cdot 1,00525^6 - 389,45 \cdot \frac{1 - 1,00525^6}{1 - 1,00525} \quad V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}$$
$$\approx 18\,270,74 \text{ (€)} \quad , \text{ missä}$$

$K = 20\,000,$   
 $q = 1,00525,$   
 $k = 6$  ja  $A = 389,45.$

Lainaa on jäljellä 6 lyhennyksen jälkeen  $18\,270,74 \text{ €}$ .

Jäljellä on vielä  $60 - 6 = 54$  erää.

Lainan uusi korko on  $6,3 \% + 0,75 \% = 7,05 \%$ .

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{7,05 \%}{12} = 100,5875 \% = 1,005875$$

Lasketaan takaisinmaksuerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 18\,270,74 \cdot 1,005875^{54} \cdot \frac{1 - 1,005875}{1 - 1,005875^{54}} \approx 395,84 \text{ (€)}$$

$$A = Kq^n \frac{1-q}{1-q^n},$$

missä

$$K = 18\,270,74,$$

$$q = 1,005875$$

$$\text{ja } n = 54.$$

Tasaerän suuruus on 395,84 €.

### Vastaus

a) 389,45 €

b) 395,84 €



## 8.19

a) Merkitään maksuerien lukumäärää kirjaimella  $n$ .

Lasketaan maksukauden korkokerroin.

$$q = 100 \% + \frac{2,7 \%}{12} = 100,225 \% = 1,00225$$

Tasaerän suuruus on 950 €. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan tarvittavien maksuerien lukumäärä  $n$ .

$$950 = 170\,000 \cdot 1,00225^n \cdot \frac{1 - 1,00225}{1 - 1,00225^n} \quad \begin{array}{l} \text{Ratkaistaan} \\ \text{CAS-laskimella.} \end{array}$$

$$n \approx 229,24$$

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$K = 170\,000, q = 1,00225 \\ \text{ja } A = 950.$$

Maksueriä tarvitaan 229,24 kappaletta, joten laina-ajaksi on sovittava vähintään 230 kk = 19 v 2 kk.

b) Maksuerien lukumäärä on  $16 \cdot 12 = 192$ .

Merkitään maksukauden korkokerrointa kirjaimella  $q$ .

Tasaerän suuruus on 950 €.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan korkokerroin  $q$ .

$$950 = 170\,000 \cdot q^{192} \cdot \frac{1-q}{1-q^{192}} \quad \begin{array}{l} \text{Ratkaistaan} \\ \text{CAS-laskimella.} \end{array}$$

$$q \approx 1,000739$$

$$A = Kq^n \frac{1-q}{1-q^n}, \text{ missä}$$

$$K = 170\,000, n = 192$$

$$\text{ja } A = 950.$$

Maksukauden korkokerroin on  $1,000739 = 100,0739 \%$ .

Kuukauden korko on tällöin  $0,0739 \%$  ja  
vuoden korko  $12 \cdot 0,0739 \% \approx 0,89 \%$ .

Lainan vuosikorko saa olla korkeintaan  $0,89 \%$ .

### Vastaus

a) 19 v 2 kk

b) korkeintaan  $0,89 \%$

## 8.20

**Asunto 1:** 2 h + k, 47 m<sup>2</sup>, myyntihinta 89 000 €, yhtiövastike 220 €/kk

**Asunto 2:** 1 h + avok. + s, 42 m<sup>2</sup>, myyntihinta 96 000 €, yhtiövastike 147 €/kk

### 1. Asunto 1:

Neliöhinta on  $\frac{89\,000\text{ €}}{47\text{ m}^2} \approx 1893,62\text{ € / m}^2$ .

### Asunto 1:

Neliöhinta on  $\frac{96\,000\text{ €}}{42\text{ m}^2} \approx 2285,71\text{ € / m}^2$ .

2. Omarahoitusosuus 19 000 €. Lainan maksueriä  $10 \cdot 12 = 120$  kappaletta. Maksukauden korkokerroin on

$$q = 100\% + \frac{2,4\%}{12} = 100,2\% = 1,002.$$

**Asunto 1:** Lainaa  $89\,000\text{ €} - 19\,000\text{ €} = 70\,000\text{ €}$ .

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 70\,000 \cdot 1,002^{120} \cdot \frac{1 - 1,002}{1 - 1,002^{120}} \\ \approx 656,71\text{ (€)}$$

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$

$$K = 70\,000, q = 1,002 \\ \text{ja } n = 120.$$

Tasaerän suuruus on 656,71 €.

Lainan korkoihin kuluu 10 vuoden aikana

$$120 \cdot 656,71 \text{ €} - 70\,000 \text{ €} = 8805,20 \text{ €}.$$

Vastikkeisiin kuluu  $120 \cdot 220 \text{ €} = 26\,400 \text{ €}$ .

10 vuoden aikana lainan korkoihin ja vastikkeisiin kuluu yhteensä

$$8805,20 \text{ €} + 26\,400 \text{ €} = 35\,205,20 \text{ €}.$$

**Asunto 2:** Lainaa  $96\,000 \text{ €} - 19\,000 \text{ €} = 77\,000 \text{ €}$ .

Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 77\,000 \cdot 1,002^{120} \cdot \frac{1 - 1,002}{1 - 1,002^{120}} \quad A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ missä}$$
$$\approx 722,38 \text{ (€)} \quad K = 77\,000, q = 1,002$$

ja  $n = 120$ .

Tasaerän suuruus on  $722,38 \text{ €}$ .

Lainan korkoihin kuluu 10 vuoden aikana

$$120 \cdot 722,38 \text{ €} - 70\,000 \text{ €} = 9685,60 \text{ €}.$$

Vastikkeisiin kuluu  $120 \cdot 147 \text{ €} = 17\,640 \text{ €}$ .

10 vuoden aikana lainan korkoihin ja vastikkeisiin kuluu yhteensä

$$9685,60 \text{ €} + 17\,640 \text{ €} = 27\,325,60 \text{ €}.$$

### 3. Huomioitava lisäksi esimerkiksi:

asunnon ja työpaikan välisten matkojen kustannukset, mahdolliset asunnon remontointikulut, asunnon arvon muutos, lainan korkotason mahdollinen muutos, inflaation vaikutus, yhtiövastikkeet 10 vuoden jälkeiseltä asumisajalta, taloyhtiön mahdolliset ylimääräiset remontointikulut ja yhtiövastikkeen mahdolliset muutokset.

## **Vastaus**

1. asunto 1: 1893,62 €/m<sup>2</sup>  
asunto 2: 2285,71 €/m<sup>2</sup>
2. asunto 1: korot 8805,20 €, vastikkeet 26 400 €, yhteensä 35 205,20 €  
asunto 2: korot 9685,60 €, vastikkeet 17 640 €, yhteensä 27 325,60 €
3. Huomioitava lisäksi esimerkiksi:  
asunnon ja työpaikan välisten matkojen kustannukset, mahdolliset  
asunnon remontointikulut, asunnon arvon muutos, lainan korkotason  
mahdollinen muutos, inflaation vaikutus, yhtiövastikkeet 10 vuoden  
jälkeiseltä asumisajalta, taloyhtiön mahdolliset ylimääräiset  
remontointikulut ja yhtiövastikkeen mahdolliset muutokset.